

FACIT

Några uppgifter om tangens samt "gömda" trigonometriska ekvationer

Utan miniräknare

1. Bestäm alla **asymptoter** till funktionen $y = \tan(2x)$ där x anges i **grader**.

$$\tan = \frac{\sin}{\cos} \Rightarrow \tan(2x) = \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)}$$

Lodrätta asymp.

här där
nämnaren = 0

$$\Rightarrow \cos(2x) = 0 \quad P = 180^\circ$$

$$2x_1 = 90^\circ \Rightarrow x_1 = 45^\circ$$

$$x_2 = P - x_1 = 135^\circ$$

$$X = 45^\circ + n \cdot 180^\circ \quad X = 135^\circ + n \cdot 180^\circ$$

2. Bestäm alla lösningar till ekvationen $\tan(3x) = \sqrt{3}$. Svara i **grader**

$$P = 60^\circ$$

$$\tan(3x) = \sqrt{3}$$

Formelbladets
tabell

$$\rightarrow 3x = 60^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

För tan-ekvationer finns bara en lösning per period!

$$\text{Alla lösningar: } X = 20^\circ + n \cdot P = 20^\circ + n \cdot 60^\circ$$

3. Bestäm alla lösningar till ekvationen $\tan(5x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. Svara i **radianer**

$$P = \frac{\pi}{5}$$

$$\tan(5x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Formelbladets
tabell

$$\rightarrow 5x = \frac{5\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

Alla lösningar:

$$X = \frac{\pi}{6} + n \cdot \frac{\pi}{5}$$

4. Trigge och Ekvia har fått i uppgift att lösa ekvationen

$$\sin(x) + \cos(x) = 0 \quad \text{där } x \text{ anges i grader}$$

Deras lösningar syns nedan:

$$\begin{aligned} \sin(x) + \cos(x) &= 0 \\ \frac{\sin(x)}{\cos(x)} + \frac{\cos(x)}{\cos(x)} &= 0 \\ \tan(x) + 1 &= 0 \end{aligned}$$

Trigges lösning

$$\begin{aligned} \sin(x) + \cos(x) &= 0 \\ \text{Formelblad: } a\sin(x) + b\cos(x) &= c\sin(x+\varphi) \\ c &= \sqrt{a^2+b^2} \quad \varphi = \tan^{-1}\frac{b}{a} \\ \text{Här: } a=1 \quad b=1 \quad c &= \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} \\ \varphi &= \tan^{-1}1 = 45^\circ \\ \sqrt{2} \cdot \sin(x+45^\circ) &= 0 \end{aligned}$$

Ekvias lösning

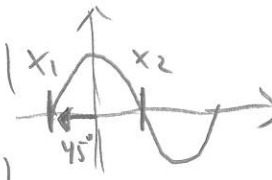
Ingen av lösningarna är slutförda. Slutför bådas lösningar och visa att båda ger samma svar.

Trigge: $\tan(x) + 1 = 0$
 $\tan(x) = -1$
 $P = 180^\circ$

$$x = 135^\circ + n \cdot 180^\circ$$

... $-45^\circ, 135^\circ, 315^\circ, 495^\circ \dots$

Ekvia: $\sqrt{2} \sin(x+45^\circ) = 0$



"sin() = 0"
 $()_1 = 0^\circ$
 $()_2 = 180^\circ$

Flytta lösningarna 45° åt vänster \Rightarrow

$$x_1 = -45^\circ + n \cdot 360^\circ \quad x_2 = 135^\circ + n \cdot 360^\circ$$

5. Vilka trigonometriska grundekvationer finns "gömda" i ekvationerna nedan?
(OBS! Du behöver inte lösa ekvationerna, endast ställa upp dem)

a) $\sin(x) \cdot \cos(x) - \sin(x) = 0$ Bryt ut $\sin(x) \Rightarrow$

$$\sin(x) \cdot (\cos(x) - 1) = 0$$

Ekv: förs via nollproduktstänk:

$$\begin{aligned} \sin(x) &= 0 \\ \cos(x) - 1 &= 0 \end{aligned}$$

b) $\tan(x) \cdot \cos(2x) = \cos(2x)$ "Flytta" allt till samma sida;

$$\tan(x)\cos(2x) - \cos(2x) = 0$$

Bryt ut $\cos(2x)$

$$\cos(2x)(\tan(x) - 1) = 0$$

Ekvationerna: $\cos(2x) = 0$
 $\tan(x) = 1$

c) $(\sin(x))^2 + \frac{1}{4} = 0$

$$(\sin(x))^2 = -\frac{1}{4}$$

$$\left[\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \right]$$

$$\sin(x) = \frac{1}{2}$$

$$\sin(x) = -\frac{1}{2}$$

6. Hitta alla lösningar till ekvationen, om x anges i grader

$$2 \sin(x) \cdot \cos(x) = \sin(x)$$

$$2 \sin(x) \cdot \cos(x) = \sin(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{Flytta till} \\ \text{ samma sida} \end{array} \right]$$

$$2 \sin(x) \cos(x) - \sin(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\text{Bryt ut } \sin(x) \right]$$

$$\sin(x) (2 \cos(x) - 1) = 0$$

$$\sin(x) = 0$$

$$P = 360^\circ$$

$$x_1 = 0^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x_2 = 180^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$2 \cos(x) - 1 = 0 \quad P = 360^\circ$$

$$\cos(x) = \frac{1}{2}$$

$$x_1 = 60^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x_2 = 300^\circ + n \cdot 360^\circ$$

7. Hitta alla lösningar till ekvationen, om x anges i grader

$$\tan(3x) \cdot \tan(x) = \tan(x)$$

$$\tan(3x) \cdot \tan(x) = \tan(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{Flytta till samma} \\ \text{ sida} \end{array} \right]$$

$$\tan(3x) \cdot \tan(x) - \tan(x) = 0 \left[\text{Bryt ut } \tan(x) \right]$$

$$\tan(x) (\tan(3x) - 1) = 0$$

↓

$$\tan(x) = 0$$

$$P = 180^\circ$$

$$x = 0^\circ + n \cdot 180^\circ$$

$$\tan(3x) = 1$$

$$P = 60^\circ$$

$$3x = 45^\circ$$

$$x = 15^\circ$$

$$x = 15^\circ + n \cdot 60^\circ$$

8. Lös ekvationen $(\cos x)^2 - \frac{3}{4} = 0$, där x anges i radianer

Skriv på formen $()^2 = \text{siffran}$

$$(\cos(x))^2 = \frac{3}{4} \quad \left[\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

\uparrow
 $P = 2\pi$

$$\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

\uparrow
 $P = 2\pi$

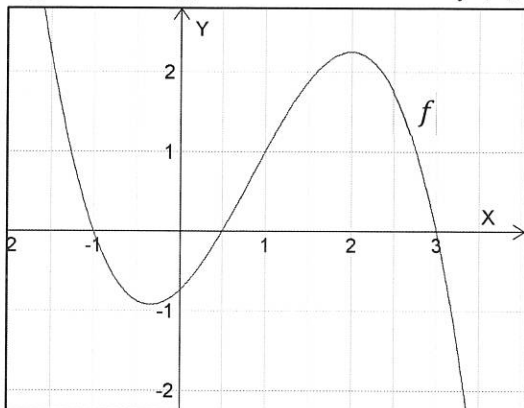
$$X_1 = \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$$

$$X_2 = \frac{11\pi}{6} + n \cdot 2\pi$$

$$X_1 = \frac{5\pi}{6} + n \cdot 2\pi$$

$$X_2 = \frac{7\pi}{6} + n \cdot 2\pi$$

9. Figuren visar grafen till funktionen $f(x) = -0,5x^3 + 1,25x^2 + x - 0,75$



Lös ekvationen $-0,5(\sin(x))^3 + 1,25(\sin(x))^2 + \sin(x) - 0,75 = 0$
om x anges i grader

Ur grafen fås att $f(x) = 0$ har lösningarna

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 0,5$$

$$x_3 = 3$$

Trig. ekvationen antyder att det är "sin(x)" på alla ställen det i funktionsuttrycket för f står "x"

\Rightarrow De tre lösningarna till f svarar mot varsin trig. ekvation:

$$\sin(x) = -1$$

$$\sin(x) = 0,5$$

$$\sin(x) = 3$$

$$x = 270^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x = 30^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x = 150^\circ + n \cdot 360^\circ$$

Inga lösningar